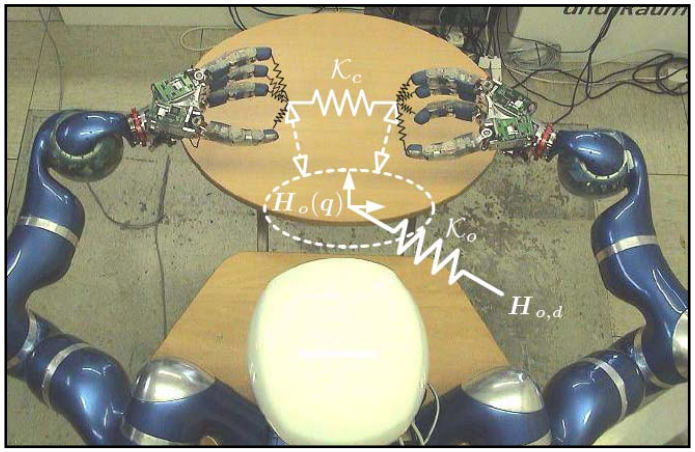
# Regelungstechnische Methoden in der Robotik

**Dr.- Ing. Alin Albu-Schäffer**

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
Institut für Robotik und Mechatronik

TU München
Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik

Wahlfach im Sommersemester 2011
Vorlesung: Do, 15:00 – 16:30
Übung: Do: 16:45 – 18:15 (jede 2. Woche)
Raum N0507




Die Vorlesung baut auf „Grundlagen Intelligenter Roboter“ (GIR) auf.
Es werden regelungstechnische Konzepte angewendet, die in „Regelungstechnik II“ (RS2) (Prof. Buss) vorgetragen wurden.

# Zielsetzung

Es werden Werkzeuge zur Modellierung und Regelung komplexer (z.B. humanoider) Robotersysteme in Interaktion mit unbekannten  Umgebungen vorgestellt.
Es soll eine Übersicht der wichtigsten regelungstechnischen Methoden vermittelt werden, die derzeit zur Regelung solcher Systeme eingesetzt werden.

Diese Vorlesung baut auf die Vorlesung „Grundlagen Intelligenter Roboter“ (GIR) von Dr. Kolja Kühnlenz auf. Des Weiteren werden regelungstechnische Konzepte angewendet, die in „Regelungstechnik II“ (RS2) (Prof. Buss) vorgetragen werden.

# Inhalt der Vorlesung

- Einführung: Motivation, Trends in der Robotik
- Differentialgeometrie in der Robotik
  - Mannigfaltigkeiten
  - Orientierungsdarstellungen, SO3, SE3
  - Koordinatentransformationen für Vektoren, Kovektoren, Tensoren
- Aufgabenorientierte Regelung – Entkopplung im Taks-Raum
  - Robotergleichungen und Regelung in aufgabenbezogenen Koordinaten
  - Redundante Systeme, Mikro-/Makromanipulation
  - inverse Kinematik
  - Entkoppelte Regelung in kartesischen und in Nullraum-Koordinaten
- Roboterregelung durch Energieformung (Energy-Shaping)
- Kollisionsvermeidung mit Potentialfeldern
- Nichtlineare Beobachter: Kollisions- und Fehlerdetektion
- Identifikation von Roboterparameter (Regressorbildung)
- Adaptive Roboterregelung ?
- Regelung/Steuerung komplexer kinematischer Ketten
  - Handregelung – Greifvorgänge
  - Zweiarmsysteme, humanoide Manipulatoren
- Erweiterte Robotermodelle: elastische Gelenke, elastische Strukturen ?

# Organisatorisches

- Umfang: - 2 SWS Vorlesung
  - 1 SWS Übung
- Prüfung: Abschlussklausur
  - Dauer: 60Min. Termin wird 3 Wochen vor Vorlesungsabschluss festgelegt.
  - Es sind sämtliche Unterlagen zugelassen.
- Material: • ppt-Folien + Tafelanschrieb
- Web: www.robotic.dlr.de/Alin.Albu_Schaeffer/vorlesung
- Benutzername: *rmr11*, Passwort: *11rmr*
  - Meldungen
  - Vorlesungsfolien
  - Übungsmaterial
  - ausgewählte Veröffentlichungen (als Ergänzung)
- Feiertage, Vorlesungsausfall: Keine Vorlesung u. Übung am 12.05!!!

# Zielsetzung

Es werden Werkzeuge zur Modellierung und Regelung komplexer (z.B. humanoider) Robotersysteme in Interaktion mit unbekannten  Umgebungen vorgestellt.
Es soll eine Übersicht der wichtigsten regelungstechnischen Methoden vermittelt werden, die derzeit zur Regelung solcher Systeme eingesetzt werden.

Diese Vorlesung baut auf die Vorlesung „Grundlagen Intelligenter Roboter“ (GIR) von Dr. Kolja Kühnlenz auf. Des Weiteren werden regelungstechnische Konzepte angewendet, die in „Regelungstechnik II“ (RS2) (Prof. Bus) vorgetragen werden.

# Differentialgeometrie in der Robotik

# Differentialgeometrische Begriffe

- Motivation
- Mannigfaltigkeiten
- Tangentenvektoren und Tangentialraum
- Kotangentenvektoren und Kotangentialraum
- Transformation von Vektoren und Kovektoren
- Tensoren
- Koordinatentransformation für Tensoren

# Motivation

Erstmals alle Klarheiten beseitigen …

## Was ist ein Vektor in der Robotik ?

gängige Auffassung: ein Element eines metrischen Vektorraumes $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$

z.B.: Gelenk-Position, -Geschwindigkeit, -Beschleunigung $\boldsymbol{q}\ \dot{\boldsymbol{q}}\ \ddot{\boldsymbol{q}}$

Gelenk-Drehmomente $\boldsymbol{\tau}$

kartesische Position, kartesische Geschwindigkeit

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \qquad \dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \qquad \dot{\boldsymbol{x}}_\omega = \begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

kartesische Beschleunigung $\ddot{\boldsymbol{x}}$

kartesischen Kräfte/Momente $\boldsymbol{f} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$

# Was ist daran auszusetzen?

1. All diese “vektoriellen” Größen transformieren bekanntlich auf unterschiedliche Weise zwischen Koordinatensystemen.

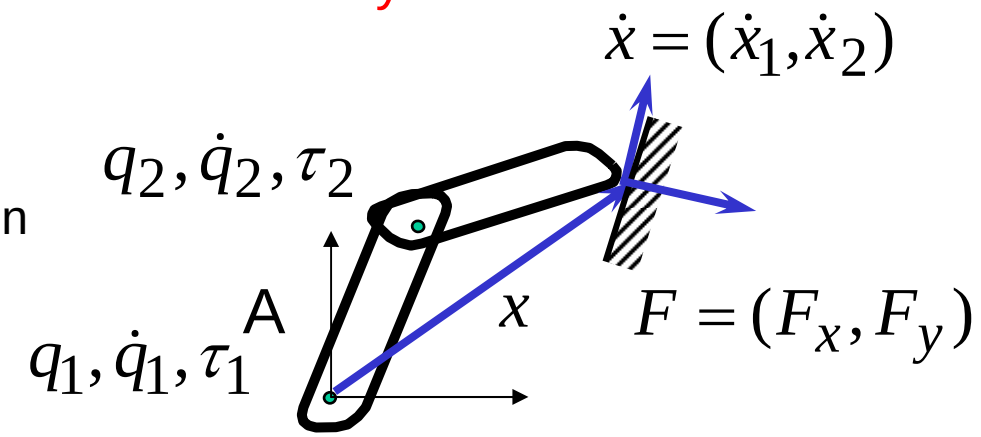
$$x \leftarrow T(q)$$

$T$ – homogene Transformation

$$\dot{x} = J(q)\dot{q}$$

$J$ – Jacobimatrix

$$\tau = J^T(q)F$$




$$\begin{tikzcd}
\dot{q} \arrow[r, "J(q)"] \arrow[d, "\text{Gelenkdynamik}"'] & \dot{x} \arrow[d, "\text{Kartesische Dynamik}"] \\
\tau & F \arrow[l, "J^T(q)"']
\end{tikzcd}$$

Offensichtlich steck dahinter eine reichere Struktur, als bloß vektorielle Räume

Eine differentialgeometrische Betrachtung ermöglicht ein tieferes Verständnis dieser Zusammenhänge

# Was ist daran auszusetzen?

2. Die 6-dimensionalen vektoriellen Räume der kartesischen Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten (twists) und der kartesischen Kräfte und Momente (wrench) sind keine metrischen Räume!

$$\dot{\boldsymbol{x}}_\omega = \begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{f} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

Weder Skalarprodukt $y_1^T \cdot y_2$ noch die daraus resultierende

Vektornorm $\|y\| = \sqrt{y^T \cdot y}$

können physikalisch sinnvoll definiert werden, d.h.:

- unabhängig von der Wahl des Koordinatensystems
- unabhängig von den Maßeinheiten

# Was ist daran auszusetzen?

**Beispiel:**

$$\dot{x}_1 = [1,1,1,2,2,2]^T \quad \dot{x}_2 = [2,2,2,-1,-1,-1]^T \qquad \Rightarrow \dot{x}_1 \cdot \dot{x}_2 = 0$$

mit Geschwindigkeit [m/s], Winkelgeschwindigkeit [rad/s]

aber

mit Geschwindigkeit [mm/s], Winkelgeschwindigkeit [rad/s]

$$\dot{x}_1 = [1 \cdot 10^3, 1 \cdot 10^3, 1 \cdot 10^3, 2,2,2]^T$$

$$\dot{x}_2 = [2 \cdot 10^3, 2 \cdot 10^3, 2 \cdot 10^3 - 1, -1, -1]^T \qquad \Rightarrow \dot{x}_1 \cdot \dot{x}_2 \neq 0$$

$\Rightarrow$ Vorsicht ist geboten, bei der Verallgemeinerung des (für Translationen) vertrauen Begriffes der Orthogonalität auf Twist und Wrenches

# Was ist daran auszusetzen?

3. Rotationen in 3D werden nicht durch ein Vektorraum beschrieben (im Gegensatz zu Translationen).

- z.B. Rotationen sind bekanntlich nicht kommutativ

Weitere Vorsicht ist somit geboten bei Verallgemeinerung von Vorstellungen von Steifigkeiten, Potentiale, Reglerauslegung vom translatorischen Fall auf den rotatorischen Fall.

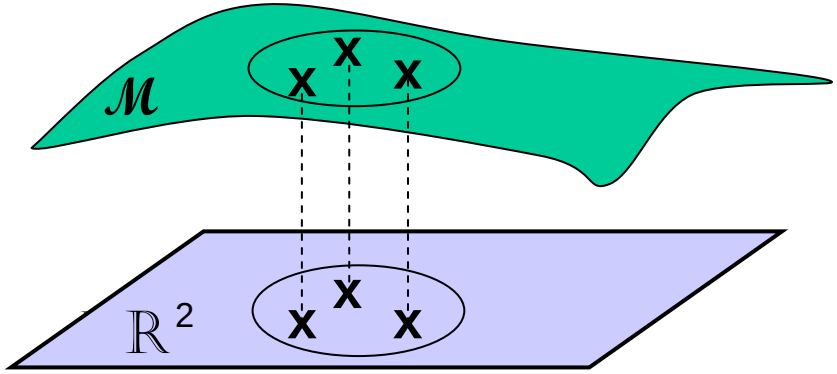
# Mannigfaltigkeiten

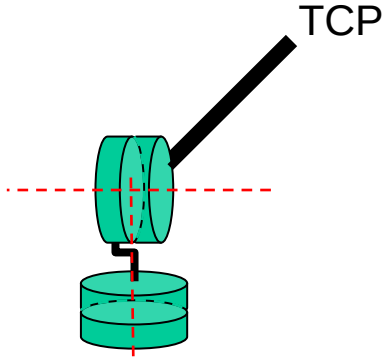
Was ist der Raum aller Konfigurationen einer Roboterspitze?

Eine differentielle Mannigfaltigkeit ist ein topologischer Raum der lokal diffeomorphisch zum Euklidischen Raum $\mathbb{R}^m$ ist.

Ein Diffeomorphismus ist eine differenzierbare Funktion, die unkehrbar ist und deren Umkehrfunktion ebenfalls differenzierbar ist.

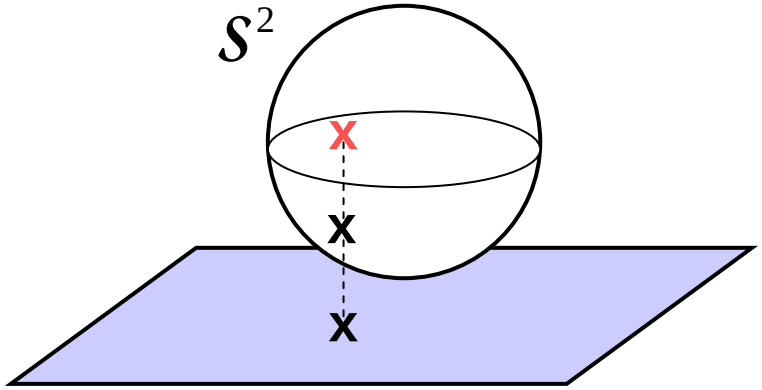
Beispiel:

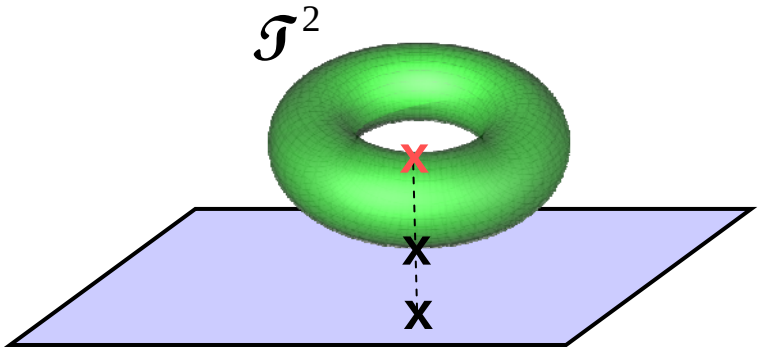



Welche Mannigfaltigkeit beschreibt das TCP dieses Roboters? Und seine Gelenke?

Warum nur lokal?:



# Eingebettete Mannigfaltigkeiten

Eine eingebettete Mannigfaltigkeit ist ein Unterraum von $\mathbb{R}^n$ , definiert durch die Lösungsmenge einer Vektorfunktion $h:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$

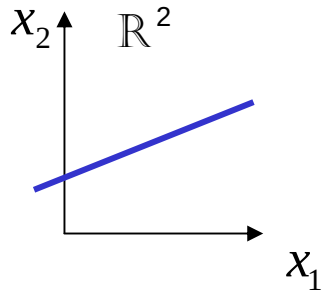
$$\begin{aligned} h_1(x_1,\ldots,x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ h_p(x_1,\ldots,x_n) &= 0 \end{aligned} \qquad (1) \qquad n > p$$

Gibt es $p$ Koordinaten, so dass die Jakobimatrix $\frac{\partial(h_1,\ldots,h_p)}{\partial(x_1,\ldots,x_p)}(x_0)$ in einem Punkt $x_0 \in \mathbb{R}^n$ invertierbar ist, so hat die Mannigfaltigkeit in der Umgebung des Punktes die Dimension $m=n-p$ und (1) kann (Satz über implizite Funktionen) lokal aufgelöst werden

$$\begin{aligned} x_1 &= f_1(x_1,\ldots,x_m) \\ &\vdots \\ x_p &= f_p(x_1,\ldots,x_m) \end{aligned}$$

$(x_1,\ldots,x_m)$ sind dann lokale Koordinaten in der Umgebung von $x_0$

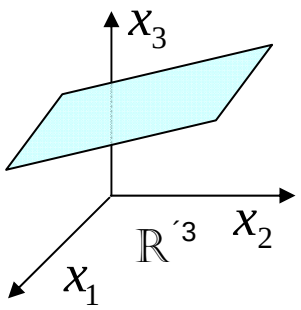
# Eingebettete Mannigfaltigkeiten: Beispiele




$$h_1(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2 + \alpha = 0$$

$x_1$ - lokale Koordinate

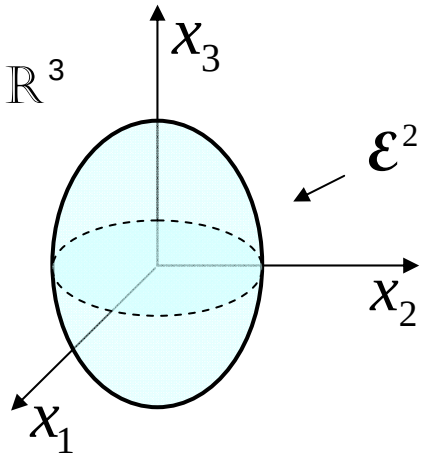
$$x_2 = -\frac{1}{b}(ax_1 + \alpha)$$




$$h_1(x_1, x_2, x_3) = ax_1 + bx_2 + cx_3 + \alpha = 0$$

$x_1, x_2$ - lokale Koordinaten

$$x_3 = -\frac{1}{c}(ax_1 + bx_2 + \alpha)$$




$$h_1(x_1, x_2, x_3) = ax_1^2 + bx_2^2 + cx_3^2 - r = 0$$

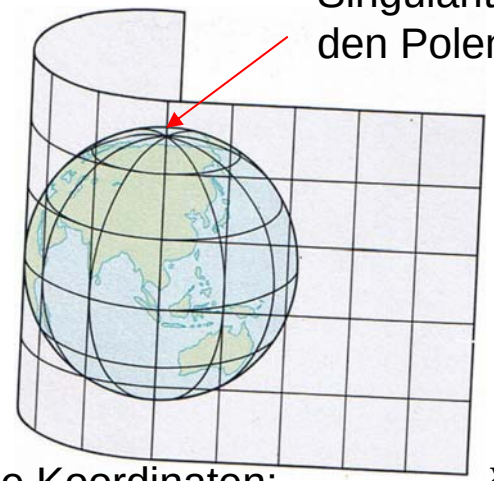
$x_1, x_2$ - lokale Koordinaten (z.B. für die Nordhalbkugel)

$$x_3 = \sqrt{\frac{1}{c}(r - ax_1^2 - bx_2^2)}$$

# Mannigfaltigkeiten: Beispiele I

## 1. Die Erde

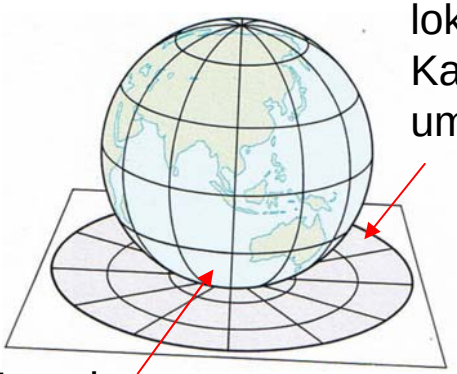
Singularität an den Polen



lokale Koordinaten:
Geogr. Länge und Breite

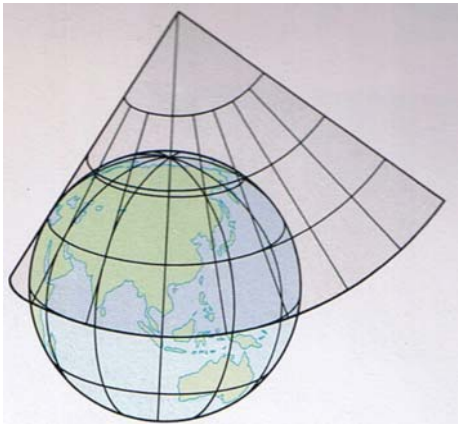
Mannigfaltigkeit $M$

lokales Kartenbild um $x$



$x$ in Umgebung des Südpols

lokale (polare) Koordinaten $(r,\phi)$



lokale (konische) Koordinaten

**Lokale Koordinaten:** zu jedem Punkt $x$ in $M$ existiert eine Teilmenge U in M die x enthält, und eine bijektive Abbildung

$$\varphi : U \to U_\varphi \qquad U_\varphi \subset \mathbb{R}^n$$

$\varphi$ - Kartenabbildung
$U_\varphi$ - Kartenbild
$x_\varphi \in \mathbb{R}^n$ - lokale Koordinaten

Um eine Mannigfaltigkeit zu beschreiben, braucht man im Allgemeinen mehrere, überlappende Karten => Atlas

Wechsel der Koordinaten: die Karten $(U,\varphi)$ und $(V,\phi)$ enthalten $x$

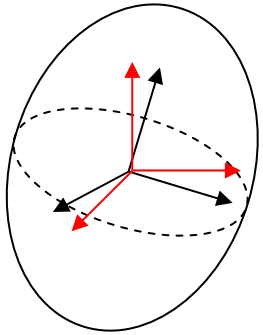
$$x_\varphi = \varphi(\psi^{-1}(x_\psi))$$

# Mannigfaltigkeiten: Beispiele II

## 2. Orientierung eines Starrkörpers

bekanntlich beschrieben durch eine Rotationsmatrix $R_{3x3}$

| | | |
|---|---|---|
| Eigenschaften: | $R^T R = I$ | - orthogonal |
| | $\det(R) = 1$ | - rechtshändiges Koordinatensystem |



Der Konfigurationsraum besteht aus der Menge aller Rotations-matrizen und wird as **SO(3)** –**Special Orthogonal Group** bezeichnet

Übung: Man überprüfe, dass SO(3) eine Gruppe ist

SO(3) ist eine **3 – dimensionale Mannigfaltigkeit**, eingebettet z.B. in $\mathbb{R}^9$ zu dem die Menge aller 3x3 Matrizen isomorph ist

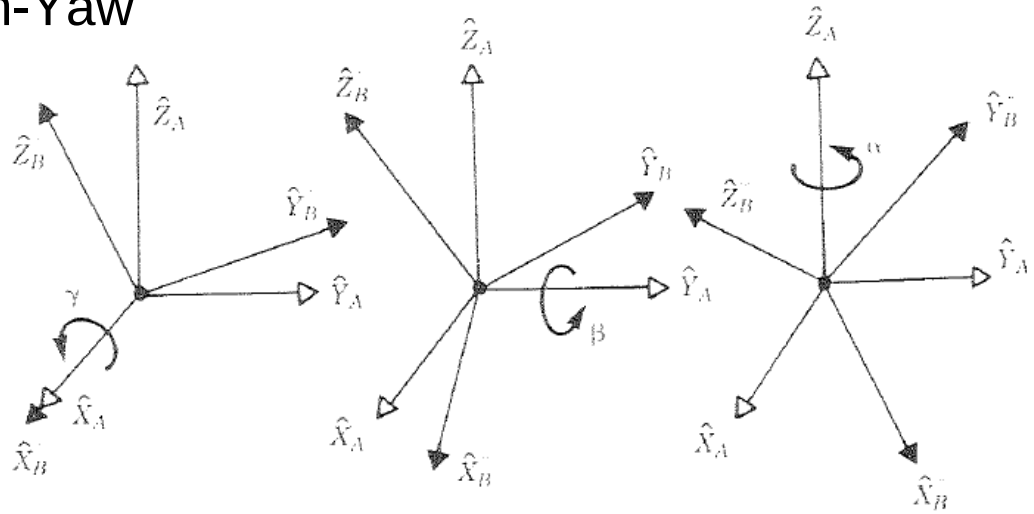
Lokale Koordinaten, z.B.: - Eulerwinkel ($\alpha,\beta,\gamma$) (mit Varianten)
- Angle-Axis Darstellung ($r, \theta$)
- Roll-Pitch-Yaw Winkel ($\alpha,\beta,\gamma$)

Kleinste singularitätsfreie, globale Darstellung $\mathbb{R}^4$: z.B. Quaternionen

# Zusatzfolie: Rotationsdarstellung

(Wiederholung aus Grundlagen Intelligenter Roboter)

Roll-Pitch-Yaw

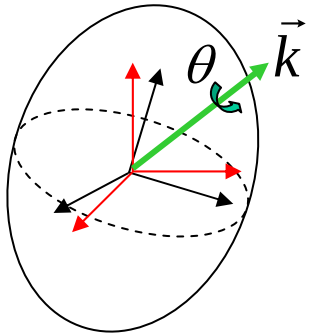



Angle axis Darstellung

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{r_{11}+r_{22}+r_{33}-1}{2}\right)$$

$$k = \frac{1}{2\sin\theta}\begin{bmatrix} r_{32}-r_{23} \\ r_{13}-r_{31} \\ r_{21}-r_{12} \end{bmatrix}$$

Singulär für $\theta = n\pi$!




$$\left\|\vec{k}\right\| = 1$$

Quaternionen (Euler Parameter) nicht minimal, singularitätsfrei, global

$$\lambda = [\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3] = \left[\cos\frac{\theta}{2}, \vec{k}\sin\frac{\theta}{2}\right]$$

# Mannigfaltigkeiten: Beispiele III

## 3. Konfiguration eines Starrkörpers in dreidimensionalen Raum

bekanntlich beschrieben durch eine homogene Transformation $T_{4x4}$

$$T = \begin{bmatrix} R & p \\ 0_{1x3} & 1 \end{bmatrix} \qquad p \text{ - Position}$$

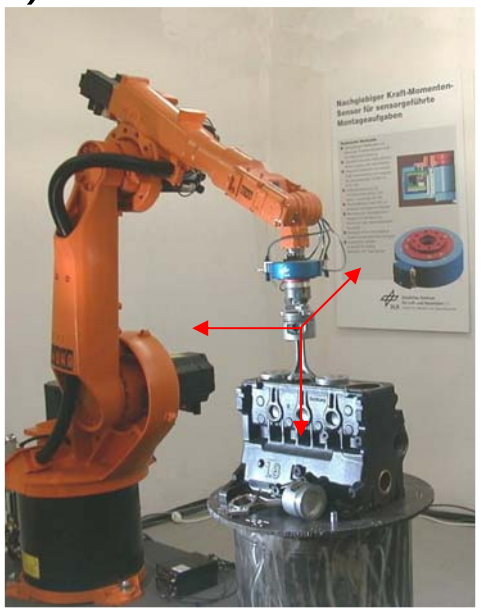
Der Konfigurationsraum besteht aus der Menge aller homogenen Transformationen und wird as **SE(3) –Special Euklidian Group** bezeichnet (= SO(3)x $\mathbb{R}^3$ ) **6 – dimensionale Mannigfaltigkeit**

Lokale Koordinaten, z.B.: - $x=(p_x,p_y,p_z,\alpha,\beta,\gamma)$ (mit Varianten)

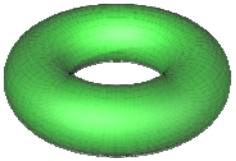
## 4. Konfiguration eines (6-Achsigen) Roboters *Q*

Gelenkwinkel $q$: $\mathbb{R}^6$ - globale Karte

Lokal um einen Punkt $q_0$ kann die Vorwärtskinematik $x=f(q)$ als eine Abbildung zwischen Koordinaten zweier Mannigfaltigkeiten angesehen werden.



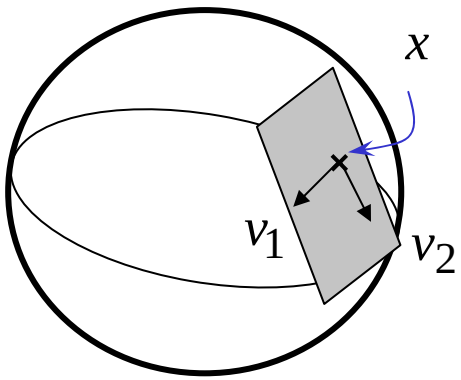
5. Konfigurations- und Arbeitsraum eines nicht planaren, 2-Achsigen Roboters mit endlos drehenden Achsen ist jeweils ein Torus



# Tangentenvektoren und Tangentialraum

(kontravariante Vektoren oder einfach Vektoren)

Gegeben eine $m$ - dimensionale Mannigfaltigkeit $M$, definiert man an jedem Punkt $x$ den Tangentialraum $T_x M$ als den $m$ – dimensionalen Vektorraum aller möglichen Geschwindigkeiten in $x$ (entlang der Mannigfaltigkeit).




Ausschließlich diese Größen werden in der Differentialgeometrie als „Vektoren“ bezeichnet. Dargestellt werden sie als Spaltenvektoren.

Beispiele:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad \text{Vektor auf } Q \qquad \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{Vektor auf } SE3 \\ \\ \\ \left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{Vektor auf } SO3 \end{matrix}$$

Gelenkgeschwindigkeit in $\mathbb{R}^n$ Kartesische Geschwindigkeit in SE3

# Kotangentenvektoren und Kotangentialraum

(Kovektoren, Kovektorraum)

Der **Kotangentialraum** $T_x^* M$ in einem Punkt $x$ der Mannigfaltigkeit $M$ ist der lineare Vektorraum aller linearen Funktionale

$$\eta : T_x M \to \mathbb{R}$$

Die Elemente $\eta$ des Kotangentialraumes werden **Kotangentenvektoren (Kovektoren)** genannt.

Für eine m-dimensionale Mannigfaltigkeit hat der Kovektorraum auch Dimension m.

Beispiele:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_i \\ \vdots \\ \tau_n \end{bmatrix} \qquad f = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

Drehmoment im Gelenkraum

$$\tau(\dot{q}) = \tau^T \cdot \dot{q} = P$$

Leistung

Kartesische verallgemeinerte Kraft

$$f(\dot{x}) = f^T \cdot \dot{x} = P$$