- Identifikation von Roboterparameter (Regressorbildung)

- Adaptive Roboterregelung

Problemstellung

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q)$$

Das Modell hängt von folgenden Parametergruppen ab:

- variable Gelenkgrößen $(q, \dot{q}, \ddot{q})$ - gemessen
- kinematische Parameter (z.B. die konstanten DH-Parameter p_{DH}) – aus CAD
- Dynamik-Parameter p (Massen, Schwerpunkte, Massenträgheiten) – oft aus CAD nur ungenau bekannt oder veränderlich (z.B. variable Lasten, evtl. auch entlang der Roboterstruktur angebracht).

τ ist bekannt, da vom Regler vorgegeben (z.B. einfacher PD-Regler)

Ziel der Parameteridentifikation und der adaptiven Regelung ist es unbekannte dynamische Parameter offline oder online zu identifizieren.
(bei ungenauen kinematischen Parametern, existieren ähnliche Identifikationsmethoden)

Lineare Parametrierung des Dynamikmodells

Das Dynamikmodell kann folgendermaßen umgeschrieben werden

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, p_{DH})\, p$$

Regressor

unbekannter Vektor der Dynamikparameter

$$\tau \in \mathbb{R}^n$$
$$Y \in \mathbb{R}^{n \times k}$$
$$p \in \mathbb{R}^k, \quad k > n$$

Prinzipielle theoretische Vorgehensweise zur Identifikation:
Man macht mehrere Messungen in unterschiedlichen Konfigurationen:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= Y_1 p \\ \tau_2 &= Y_2 p \\ &\vdots \\ \tau_l &= Y_l p \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \tau_{tot} = Y_{tot}\, p$$

$$\tau_{tot} \in \mathbb{R}^{l \cdot n}$$
$$Y_{tot} \in \mathbb{R}^{l \cdot n \times k}$$
$$p \in \mathbb{R}^k, \quad k \le l \cdot n$$

Wenn $Rang(Y) = k$, dann kann das System nach p aufgelöst werden.

$$p = Y_{tot}^{-1} \tau_{tot}$$ für $k = l \cdot n$ oder $$p = Y_{tot}^{\#} \tau_{tot}$$ für $k \le l \cdot n$

(rechte Pseudoinverse: $Y_{tot}^{\#} Y_{tot} = I_{k \times k}$)

Zusatzfolie:Lineare Parametrierung des Dynamikmodells

(Aus welchen Größen besteht der Parametervektor p?)

Die Dynamikgleichungen des Roboters erhält man mit dem Lagrange-Formalismus:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dL(q,\dot{q})}{d\dot{q}}\right)-\frac{dL(q,\dot{q})}{dq}=\tau \quad \text{mit} \quad L(q,\dot{q})=T(q,\dot{q})-U(q)$$

kinetische Energie potentielle Energie

Bemerkung: Der Lagrange-Formalismus wird eher aus didaktischen Gründen benutzt, für die praktische Implementierung der Dynamikberechnung, ist der Newton-Euler Algorithmus wesentlich effizienter (O(n) gegenüber O(n^3)).

Die kinetische Energie des Robotersegmentes j ist (alles ohne Herleitung):

$$T=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} v^T & \omega^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} mI_{3\times 3} & -m\hat{l}_c \\ m\hat{l}_c & J_I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

(Matrixschreibweise für Vektorprodukt, siehe Vorlesung 3)

m - Masse

l_c – Schwerpunkt (3 Parameter)

J_I –Trägheitstensor (6Parameter-Tafel)

Alle Größen bezüglich des Koordinatensystems des Gelenks j (Zeichnung an der Tafel)

$$J_I = I_c - m\hat{l}_c\hat{l}_c$$

I_c - Trägheit bezüglich des Schwerpunkts

Die kinetische Energie ist linear in den Parametern $\{m, ml_c, J_I\}$

Bestimmung eines minimalen Parametersatzes

Ähnlich kann nachgewiesen werden, dass die potentielle Energie linear in den Parametern $\{m, ml_c\}$ ist.

Folglich gilt

$$p_0^T = \left[m_1, m_1 l_{c1}, J_1, \ldots, m_n, m_n l_{cn}, J_n\right] \qquad 10n \text{ Parameter!}$$

Im Allgemeinen sind allerdings nicht alle Parameter identifizierbar:

- Wenn die entsprechende Spalte in Y Null ist, kann der Parameter beseitigt werden.
- Wenn zwei Spalten in Y linear abhängig sind, kann nur eine Linearkombination der entsprechenden Parameter identifiziert werden.

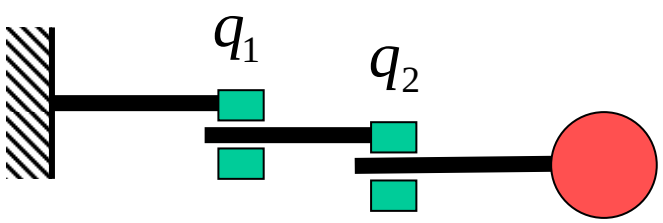
$$\tau = \left[Y_1, \alpha Y_1, \cdots Y_n\right] \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_k \end{bmatrix} \equiv \tau = \left[Y_1, \cdots Y_k\right] \begin{bmatrix} p_1 + \alpha\, p_2 \\ \vdots \\ p_k \end{bmatrix}$$

Durch Beseitigung aller Linearabhängigkeiten gelangt man zu einem Satz von Minimalparameter, für die Y vollen Rang haben kann, d.h. die alle unabhängig voneinander identifiziert werden können.

In **[Khalil02]** werden detaillierte Regeln zur Aufstellung der Minimalparameter vorgestellt.

Beispiel

(Der vielleicht einfachste redundante Manipulator der Welt)



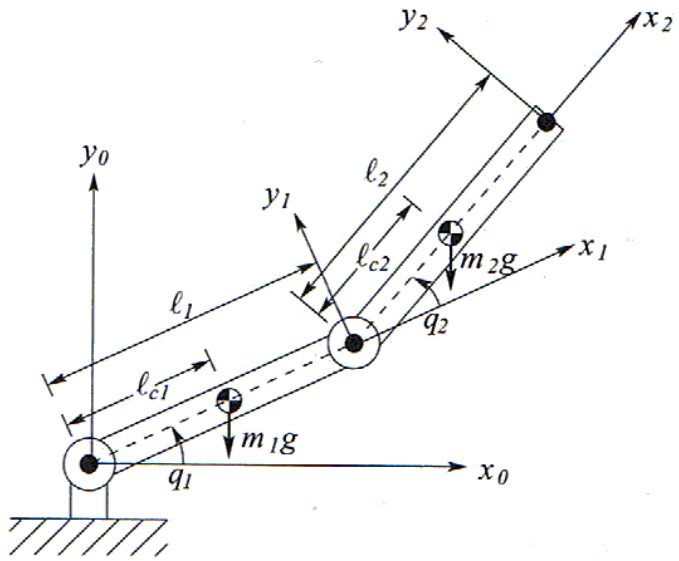
$$\begin{cases} \tau_1 = (m_1 + m_2)\ddot{q}_1 + m_2\ddot{q}_2 \\ \tau_2 = m_2(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \end{cases}$$

a) Schreiben Sie den Regressor für die Bestimmung der dynamischen Parameter für dieses System auf.
b) Welche Bedingungen müssen in diesem Fall erfüllt werden, damit alle Parameter identifizierbar sind? Wie viele Messpunkte werden mindestens benötigt? Warum sollten in der Praxis deutlich mehr Messpunkte gewählt werden?

Lösung an der Tafel

(Zusatzfolie) Beispiel: 2DoF Manipulator

Man bestimme den minimalen Parametersatz und den Regressor für folgendes System:



$$\begin{cases} \tau_1 = M_{11}\ddot{q}_1 + M_{12}\ddot{q}_2 + C_{11}\dot{q}_1 + C_{12}\dot{q}_2 + g_1 \\ \tau_2 = M_{21}\ddot{q}_1 + M_{22}\ddot{q}_2 + C_{21}\dot{q}_1 + C_{22}\dot{q}_2 + g_2 \end{cases}$$

$$M_{11} = m_2(l_1^2 + 2l_1 l_{c2}\cos(q_2)) + I_1 + I_2$$
$$M_{12} = M_{21} = 2m_2 l_{c2} l_1 \cos(q_2) + I_2$$
$$M_{22} = I_2$$

$$h = -m_2 l_1 l_{c2}\sin(q_2)$$

$$C_{11} = h\dot{q}_2 \qquad C_{12} = h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)$$
$$C_{21} = -h\dot{q}_1 \qquad C_{22} = 0$$

$$g_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g\cos(q_1) + m_2 l_{c2} g\cos(q_1 + q_2)$$
$$g_2 = m_2 l_{c2} g\cos(q_1 + q_2)$$

Übung: Bestimmung Minimalparametersatz und Regressorbildung
Hinweis: Drei Spalten des Regressors stellen sich als linear abhängig heraus =>Reduktion des Parametersatzes.

Praktische Aspekte

- In der Praxis wird $l >> k$ gewählt.
- Die Identifikation kann auch als Minimierungsproblem formuliert werden.

$$\min_p \{\tau - Yp\}$$

  Wenn *Y* vollen Rang hat, liefert die Pseudoinverse die Lösung dieses Optimierungsproblems.
- Es ist sehr wichtig, Messpunkte (z.B. Trajektorien) zu wählen, die alle Parameter gut anregen, d.h. die Parameter haben eine deutliche Wirkung auf die Messung. Ein Indikator dazu ist der Konditionierungsindex von *Y*

$$cond(Y) = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \geq 1$$

λ-Singulärwerte

  der möglichst nahe an 1 sein sollte.
- Es ist nützlich, die Parameter in kleineren Gruppen (z.B. Handachsen, Schulterachsen, bzw. statisch, konstante Geschwindigkeit, …) einzuteilen und gezielte Trajektorien zu deren Anregung zu optimieren.
- Die Signale müssen meistens gefiltert werden.

Adaptive Regelung

(theoretische Grundlagen in *Adaptive und Prädiktive Regelung* – APR, Ch. Ott)

Motivation:

Parameter können sich zeitlich verändern, z.B. variable Last.
In diesem Fall ist eine offline Identifikation nicht ausreichend.

Ausgangspunkt: passivitätsbasierter, g.e.s. Regler

Der Regler wird so modifiziert, dass Konvergenz des Reglerfehlers
auch unter der Annahme ungenauer Dynamikparameter gewährleistet ist.

Zusatzfolie: Adaptiver Regler

(Bekannt als Slotine and Li Regler)

Strecke:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau$$

Regler:

$$\tau = \underline{M(q)\dot{v} + C(q,\dot{q})v + g(q)} - Kr$$

$$\tau = \underline{Y(q,\dot{q},v,\dot{v})}\, p - Kr$$

mit $v = \dot{q}_d - \Lambda(q - q_d)$

Tracking Error $r = (\dot{q} - \dot{q}_d) + \Lambda(q - q_d) = \dot{q} - v$

Λ, K - diagonale, konstante Matrizen

Da aber der Parametervektor p nicht genau bekannt ist, wird er mir der Schätzung $\hat{p}$ ersetzt.

$$\tau = Y(q,\dot{q},v,\dot{v})\,\hat{p} - Kr$$

oder $$\tau = M(q)\dot{v} + C(q,\dot{q})v + g(q) + Y(q,\dot{q},v,\dot{v})\,\tilde{p} - Kr, \qquad \tilde{p} = \hat{p} - p$$

Die geschlossene Reglerschleife ist dann:

$$\boxed{\begin{aligned} M(q)\dot{r} + C(q,\dot{q})r + Kr &= \underline{Y(q,\dot{q},v,\dot{v})\,\tilde{p}} \\ r &= \dot{e} + \Lambda e \end{aligned}}$$

$$\boxed{\dot{\hat{p}} = -\Gamma^{-1} Y^T r}$$

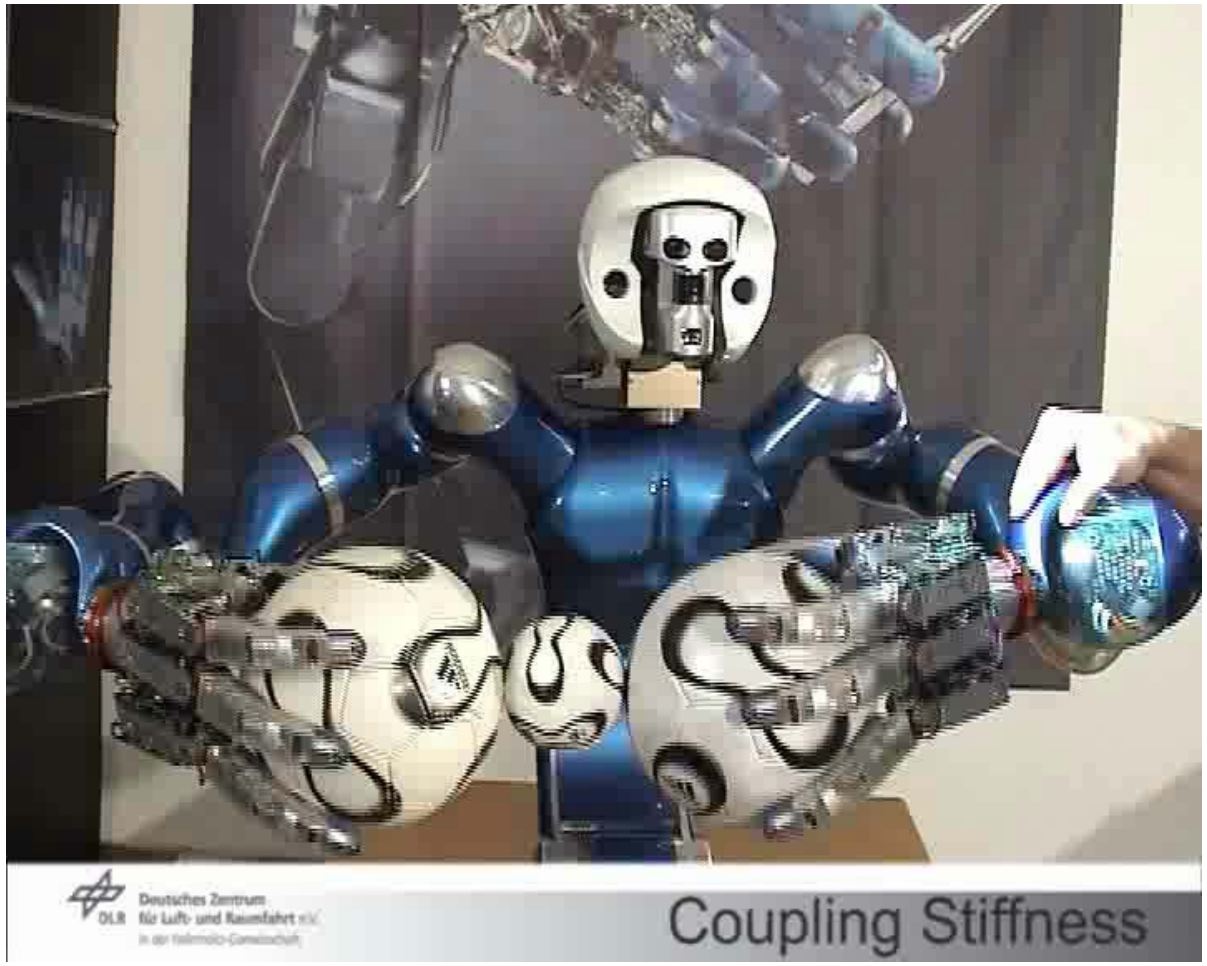
Unterschied zum Regler mit bekannten Parametern

Regelung/Steuerung komplexer kinematischer Ketten

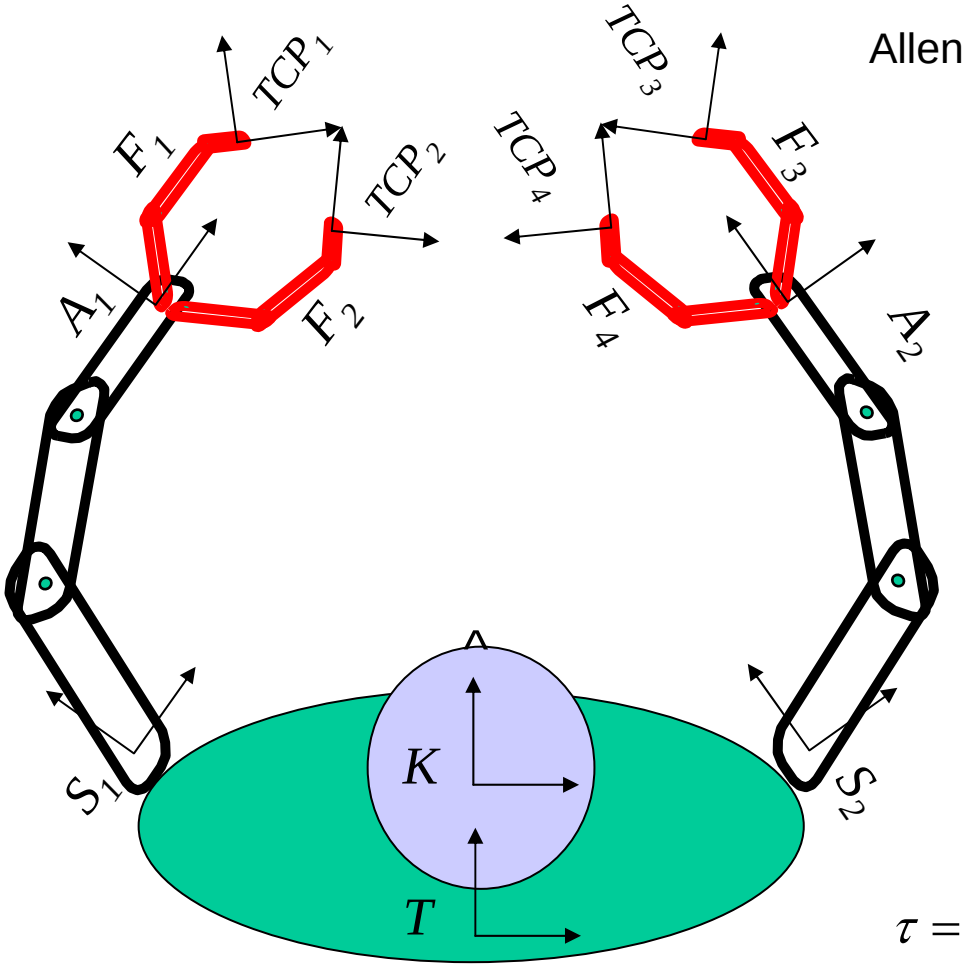
Beispiel: komplexe kinematische Kette

- Baumstrukturen
- geschlossene kinematische Schleifen

Bisher in der Vorlesung: nur serielle Roboter



Baumstrukturen



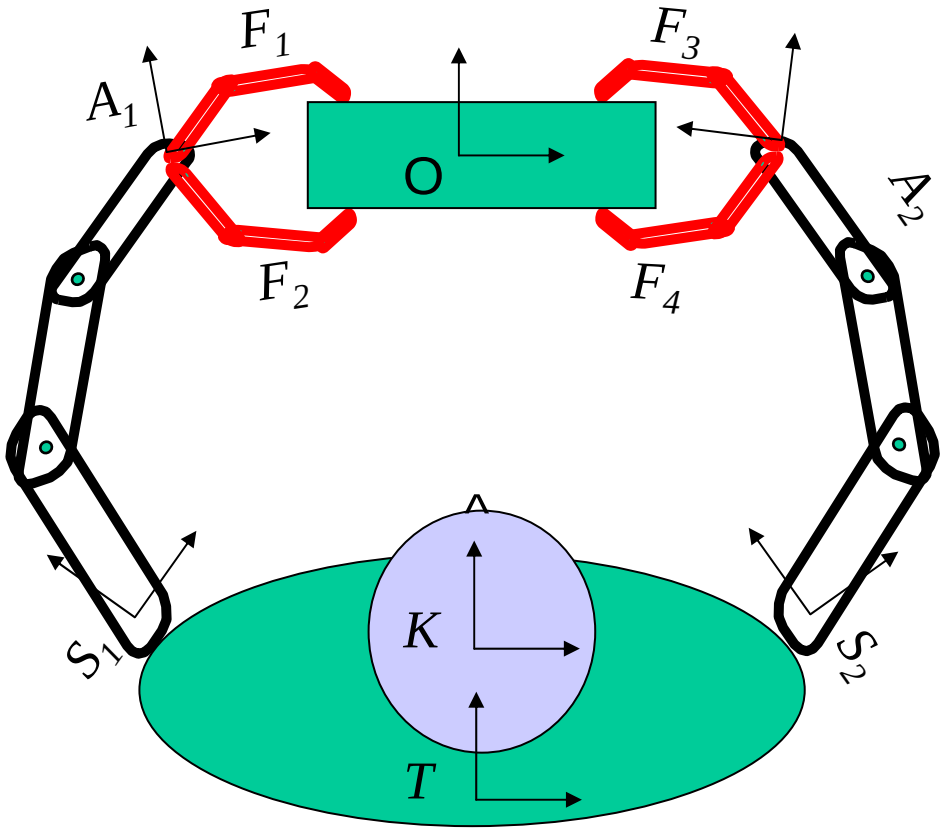
Allen Achsen könne unabhängig voneinander Sollwerte vorgegeben werden.

$$q = \begin{bmatrix} q_{A1} \\ q_{A1} \\ q_{F1} \\ \vdots \\ q_{F4} \end{bmatrix}$$

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q)$$

Kinematik und Dynamik kann im Grunde genauso wie für einen seriellen Manipulator durchgeführt werden. (z.B. Euler-Lagrange oder Newton-Euler Formalismus für Dynamik)

geschlossene Schleifen



Die Schleife führt Zwangsbedingungen zwischen den Achsen ein.

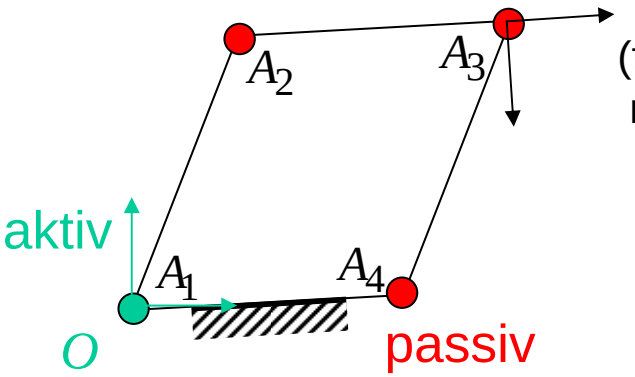
Notwendigkeit von passiven Gelenken, um die in der Schleife bei Ungenauigkeiten auftretenden Kräfte zu minimieren.

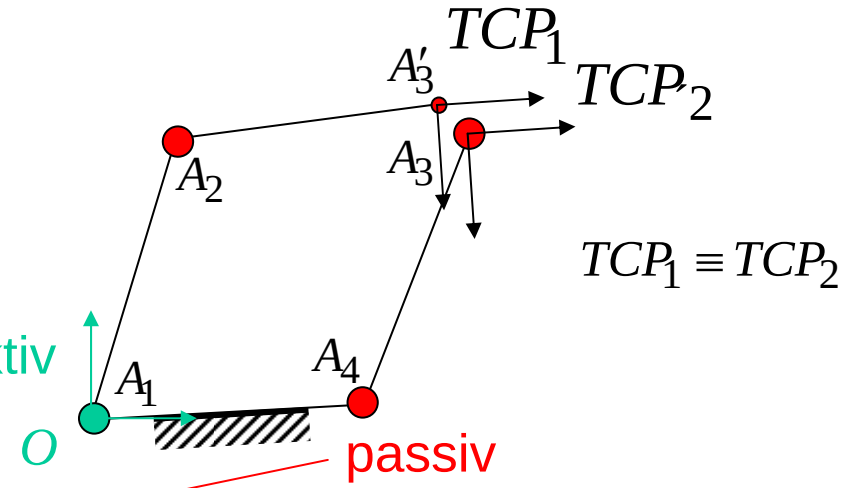
$$q = \begin{bmatrix} q_a \\ q_p \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{aktive Gelenke} \\ \leftarrow \text{passive Gelenke} \end{matrix}$$

Annahmen:
- Punktkontakt
- Kontaktpunkt Finger – Objekt ändert sich nicht.

Unter diesen Annahmen kann man diesen Kontakt als virtuelles passives Gelenk betrachten.

Direkte Kinematik geschlossener Schleifen





$$q = \begin{bmatrix} q_a \\ q_p \end{bmatrix}$$

Meistens wird aus Kostengründen nur die Positionen aktiver Gelenke erfasst

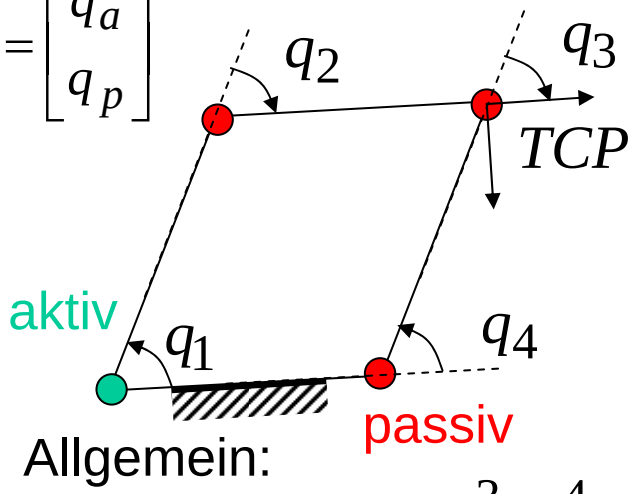
Allgemeine Vorgehensweise:

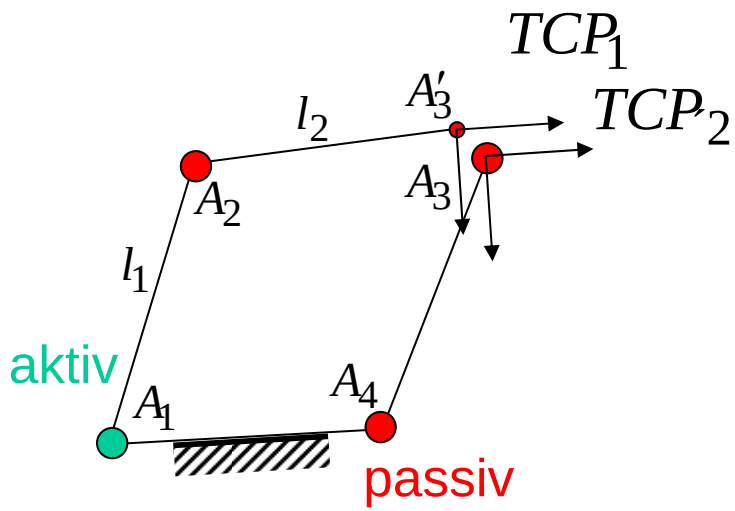
- Auftrennung der kinematischen Kette an einem passiven Gelenk
  => Baumstruktur
- Aufstellung des geometrischen Modells für die Baumstruktur ${}^{O}T_{TCP_1}(q_a, q_p)$, ${}^{O}T_{TCP_2}(q_a, q_p)$
- Aus der Schleifenbedingung (Zwangsbedingungen) $\boxed{{}^{O}T_{TCP_1}(q_a, q_p) = {}^{O}T_{TCP_2}(q_a, q_p)}$ werden die passiven Gelenke q_p ausgedrückt.
- Berechnung der TCP-Position durch einsetzen $TCP_1(q_a, q_p(q_a))$. oder $TCP_2(q_a, q_p(q_a))$

Bemerkung: Rückwärtskinematik (gegeben TCP, bestimme q) wird wie bekannt für die beiden seriellen Manipulatoren des aufgetrennten Systems bestimmt.
Es ist im Allgemeinen wesentlich einfacher, da die beiden seriellen Manipulatoren einfach sind.

Beispiel: Parallelogramm

$$q = \begin{bmatrix} q_a \\ q_p \end{bmatrix}$$





Allgemein:

$$^{3}T_4\,^{4}T_1\,^{1}T_2\,^{2}T_{3'} = I$$

Daraus folgen drei Gleichungen: Zwangsbedingungen.

bzgl. 2 Translationen und einer Rotation in der Ebene

$$\Phi(q) = 0, \qquad \Phi \in \mathbb{R}^3$$

In dem einfachen Fall des Parallelogramms ist die Lösung direkt ablesbar:

$$q_4 = q_1$$
$$q_2 = -q_1$$
$$q_3 = -q_1$$

4 Achsen
3 Zwangsbedingungen

=>Der Roboter hat 1DoF am TCP

=> In der Tat darf nicht mehr als ein Gelenk aktiv positioniert werden.

Anzahl der Freiheitsgrade einer Schleife

Für einen seriellen Roboter:

$q \in \mathbb{R}^n$ $\quad$ n Links, n 1dof Gelenke

$\Phi(q) = 0, \qquad \Phi \in \mathbb{R}^k$ $\quad$ Zwangsbedingungen

für n Gelenke, k Zwangsbedingungen => n-k Freiheitsgrade am TCP

Im Allgemeinen, für eine beliebige Struktur (mit Schleifen) mit
N Links, n Gelenke, k Freiheitsgrade/Gelenk

- planarer Fall: 3 Freiheitsgrade/Link, 3-k Zwangsbedingungen/Gelenk

$$DoF = 3(N-n) + \sum_{i=1}^{n} k_i$$

- räumlicher Fall: 6 Freiheitsgrade/Link, 6-k Zwangsbedingungen/Gelenk

$$DoF = 6(N-n) + \sum_{i=1}^{n} k_i$$

bekannt als
Formel von Grübler

Beispiele an der Tafel

gilt nur für unabhängige Zwangsbedingungen