

Prüfung: Virtual Physics

Name, Vorname _____

Matrikelnummer _____

Hinweise:

- Tragen Sie Ihren Namen und Ihre Studenten-Nummer ein und unterschreiben Sie dieses Blatt an der vorgesehenen Stelle.
- Schreiben Sie deutlich und ausschließlich mit Tinte oder Kugelschreiber, nicht mit Bleistift. Wenn Sie Farben verwenden, benutzen Sie auf keinen Fall rot!
- Unehrlisches Handeln führt zum sofortigen Ausschluss und kann rechtliche Folgen gemäß der Disziplinarordnung der TUM haben.
- Verlassen Sie am Ende der Prüfung nicht Ihren Platz, bevor alle Unterlagen eingesammelt wurden! Die Prüfungsdauer beträgt 90 Minuten.
- Diese Basisprüfung umfasst insgesamt 5 Aufgaben zum Kurs Virtual Physics. Prüfen Sie Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!
- Pro Aufgabe wird höchstens eine Lösung gewertet. Streichen Sie allfällige nicht zu wertende Lösungsversuche!
- Neben Papier und Schreibmaterial sind keine weiteren Hilfsmittel erlaubt.
- Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die Aufgaben selbständig gelöst, Ihre eigene Lösung abgegeben und störende äußere Einflüsse der Aufsicht gemeldet haben.
- Die Blätter nicht voneinander trennen! Zusätzliche Leerblätter sind von der Aufsicht erhältlich.

Unterschrift: _____

	Maximal Punkte	Erreichte Punkte
Aufgabe 1	20	
Aufgabe 2	20	
Aufgabe 3	20	
Aufgabe 4	15	
Aufgabe 5	15	
Total	90	
Note		

Task 1: (20 points)

Transform the following system of differential-algebraic system into state-space form.

$$\frac{dx}{dt} = 5 * z * b$$

$$\frac{dy}{dt} = a$$

$$2 * \frac{dz}{dt} = b$$

$$b = y * x$$

$$y = 1 - x$$

$$a = c - d$$

$$d/2 = b$$

Causalize each equation and transform the set of equations into a sequence of assignments. You may differentiate equations if necessary (16 Points).

State what variables you have chosen as state-variables. (2 Points)

What is the differential index of this system? (1 Point)

What is the perturbation index of this system? (1 Point)

Task 2: (20 points)

Let us model a film reel that is being used in a movie projector. The film reel transforms rotational motion into translational motion. However, the radius is changing while the film is being reeled. The radius is thereby dependent on the rotation angle ϕ . This is approximated by the following law:

$$r = r_0 + \phi \cdot d / (2 \cdot \pi)$$

where d is the width of the film.

Hint: the cable reel can be regarded as an ideal rolling wheel with dynamic radius. You do not have to use holonomic constraints. It is ok to use a non-holonomic constraints (i.e. make a statement about the velocity)

The Modelica model already contains the two connectors and the parameters. Provide the missing variables (if any) and the missing equations.

```
import SI = Modelica.SIunits;
```

```
connector TranslationalFlange  
  SI.Position s;  
  flow SI.Force f;  
end Flange_a;
```

```
connector RotationalFlange  
  SI.Angle phi;  
  flow SI.Torque tau;  
end Flange_b;
```

model FilmReel

TranslationalFlange flangeT;
RotationalFlange flangeR;

constant Real pi = 3.14159;

parameter Real r0 = 0.1;

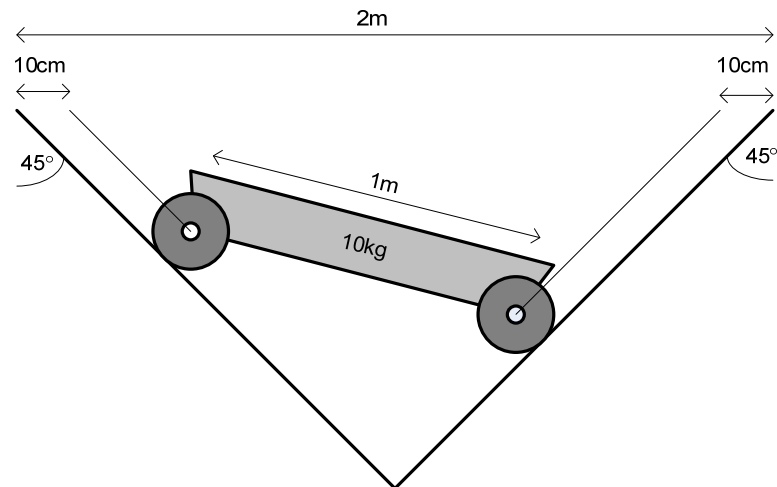
parameter Real d = 0.0004;

equation

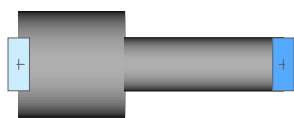
end FilmReel;

Task 3: (20 points)

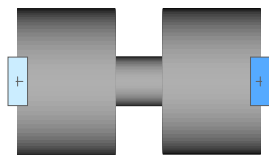
The following picture presents a mechanical system where a cart is rolling over an angle formed by two counter-positioned tracks.



Given the following set of components, draw a suitable model-diagram of the system that is at least valid for a tilt-angle of the cart from $\pm 30^\circ$. Include the parameterization in the diagram (14 points)

Available components:

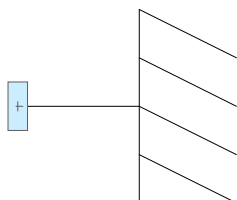
Prismatic Joint

parameter SI.Length s_x ;**parameter** SI.Length s_y ;

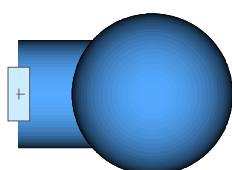
Revolute Joint



Fixed Translation

parameter SI.Length s_x ;**parameter** SI.Length s_y ;

Fixed

parameter SI.Position x ;**parameter** SI.Position y ;**parameter** SI.Angle ϕ ;

Body

parameter SI.Mass m ;

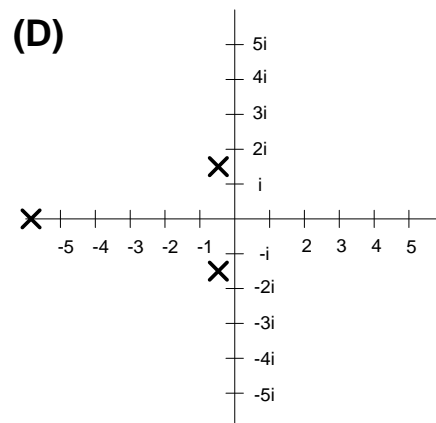
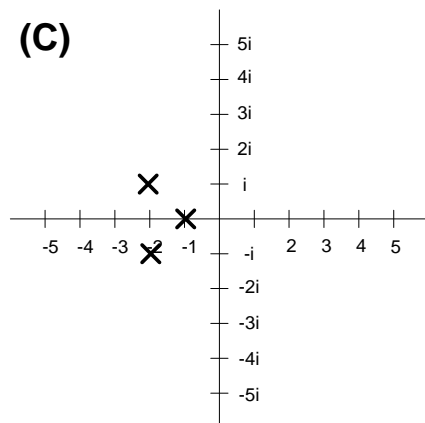
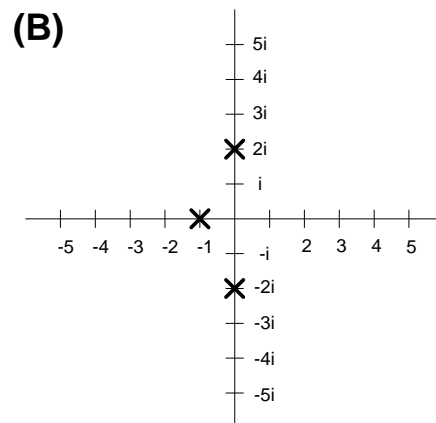
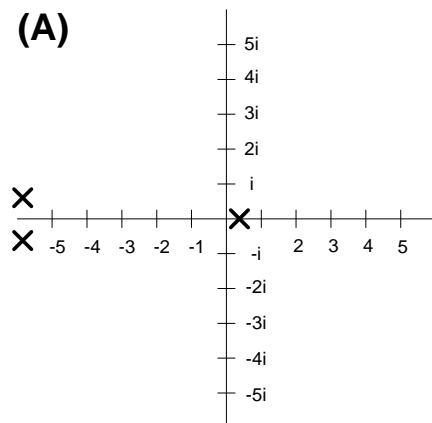
How many degrees of freedom have the motion of the system (2 points)?

What is the differential-index of the system (2 points)?

What is the perturbation-index of the system (2 points)?

Task 4: (15 points)

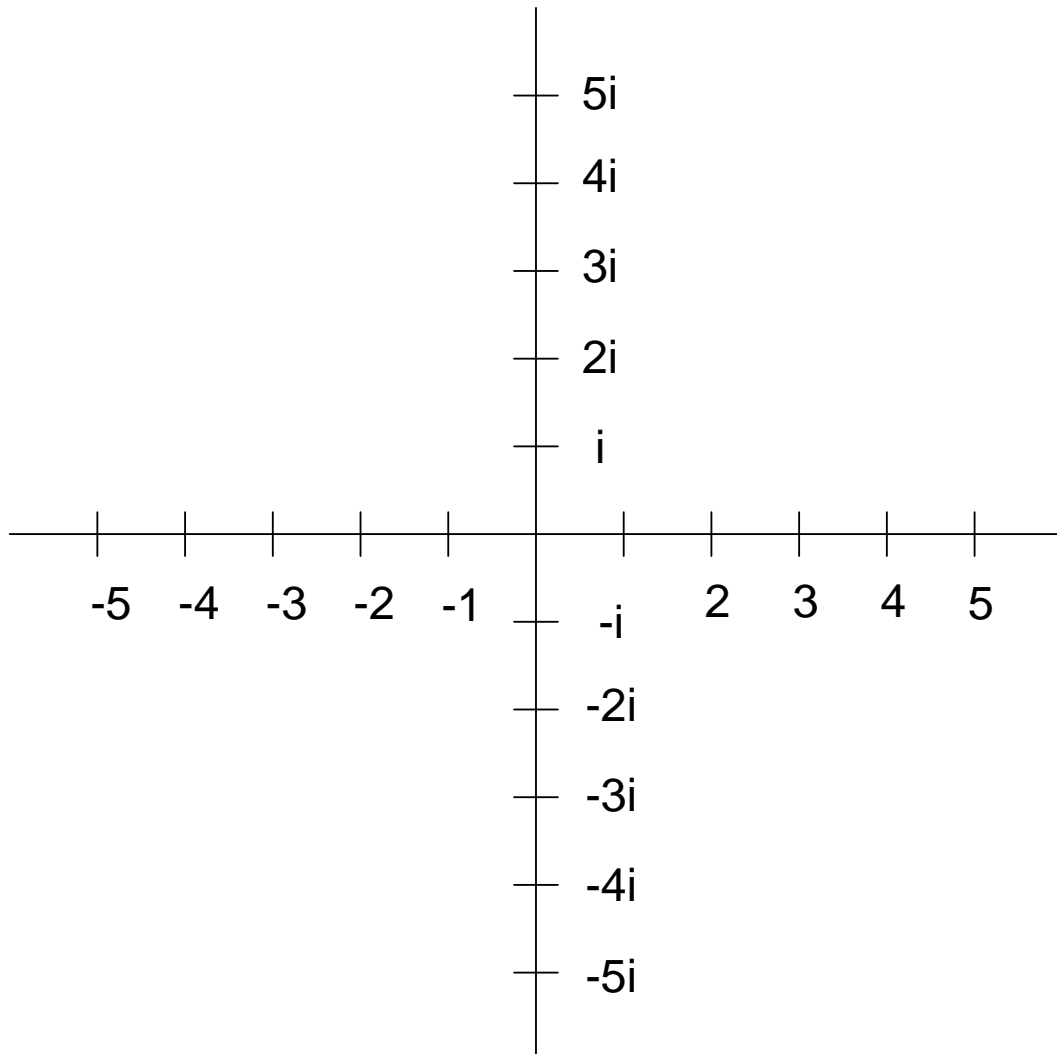
The eigenvalues of four linear systems ($dx/dt = Ax$) are depicted.



Mark what is true (12 points):

	A	B	C	D
The system is stable				
The system is unstable				
The system is marginally stable				
The system is stiff				
The system is numerically stable for Forward Euler with step-size $h = 0.5$				

Draw the stability region of Backward Euler with step-size $h = 2/3$ into the following diagram. Hatch the stable area (3 points)



Task 5: (15 points)

Below you find the Butcher Tableau of an RK method of 3rd order.

0		0	0	0
1/3		1/3	0	0
2/3		0	2/3	0
1		1/4	0	3/4

Perform one integration step of this method on the following system! (12 points)

$$dx/dt = -x^2 - 2 + 3t$$

Start at $t=0$ with $x_{t=0} = 1$. The step-size h is 1.

Return the result for $x_{t=1}$ as well as for the two-substeps

Compute with rational numbers.

State the Butcher-Tableau of Backward Euler! (3 points)

